



## **GAGAL MENGIKAT TINGGI-HERON-RELASI SISI : ANALISIS MISKONSEPSI MAHASISWA PADA SEGITIGA**

**Lutfiyah<sup>1\*</sup>, Susanto<sup>2</sup>, Abi Suwito<sup>3</sup>, & Frenza Fairuz Firmansyah<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,  
Universitas PGRI Argopuro Jember, Jalan Jawa Nomor 10, Jember,  
Jawa Timur 68121, Indonesia

<sup>2,3,&4</sup>Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,  
Universitas Jember, Jalan Kalimantan Tegalboto Nomor 37, Jember,  
Jawa Timur 68121, Indonesia

\*Email: [azkalutfimh@gmail.com](mailto:azkalutfimh@gmail.com)

Submit: 16-12-2025; Revised: 25-12-2025; Accepted: 03-01-2026; Published: 12-01-2026

**ABSTRAK:** Penelitian ini bertujuan mengidentifikasi dan mendeskripsikan secara mendalam kemunculan miskonsepsi konseptual serta kesalahan prosedural, sekaligus dinamika proses berpikir mahasiswa ketika menyelesaikan masalah geometri segitiga. Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan desain studi kasus pada tiga mahasiswa pendidikan matematika yang telah menempuh geometri dasar, dipilih secara *purposive* untuk merepresentasikan variasi kemampuan akademik dan memungkinkan eksplorasi proses berpikir secara intensif. Instrumen berupa satu tugas pemecahan masalah geometri segitiga yang mencari tinggi, luas, dan relasi sisi. Data dikumpulkan melalui lembar jawaban tertulis, rekaman video pengerjaan, dan wawancara klarifikasi retrospektif, kemudian dianalisis secara kualitatif untuk menelusuri pola miskonsepsi dan kesalahan prosedural dalam alur pemecahan masalah. Keabsahan data melalui triangulasi sumber dan audit *trail*. Hasil penelitian menunjukkan ketiga mahasiswa menampilkan prosedur hitung yang rapi, tetapi rapuh secara konseptual. Tinggi segitiga tidak dimaknai sebagai relasi tegak lurus, penggunaan teorema dilakukan tanpa prasyarat, dan relasi antarsegmen sisi diasumsikan secara intuitif. Lemahnya *monitoring* dan evaluasi selama proses pemecahan masalah menghambat terbentuknya kerangka konseptual yang koheren. Temuan ini menegaskan perlunya pembelajaran geometri yang menekankan status objek matematis, kedisiplinan terhadap prasyarat konsep dan teorema, dan pengembangan kebiasaan *monitoring* reflektif dalam pemecahan masalah.

**Kata Kunci:** Kesalahan Prosedural, Miskonsepsi Konseptual, Proses Berpikir, Segitiga.

**ABSTRACT:** This study aims to identify and describe in depth the emergence of conceptual misconceptions and procedural errors, as well as the dynamics of students' thinking processes when solving triangle geometry problems. The research used a descriptive qualitative approach with a case study design on three mathematics education students who had taken basic geometry, selected purposively to represent a variety of academic abilities and allow for intensive exploration of thought processes. The instrument is a triangular geometry problem solving task that looks for height, area, and lateral relations. Data was collected through written answer sheets, video recordings of the work, and retrospective clarification interviews, then analyzed qualitatively to trace patterns of misconceptions and procedural errors in the problem-solving flow. Data validity through source triangulation and trail auditing. The results showed that the three students displayed a neat calculation procedure, but were conceptually fragile. The height of a triangle is not interpreted as a perpendicular relation, the use of the theorem is carried out without prerequisites, and the relations between the lateral segments are assumed intuitively. Weak monitoring and evaluation during the problem-solving process hinders the formation of a coherent conceptual framework. These findings confirm the need for geometry learning that emphasizes the status of mathematical objects, adherence to the prerequisites of concepts and theorems, and the development of reflective monitoring habits in problem solving.

**Keywords:** Procedural Errors, Conceptual Misconceptions, Thought Processes, Triangles.



**How to Cite:** Lutfiyah, L., Susanto, S., Suwito, A., & Firmansyah, F. F. (2026). Gagal Mengikat Tinggi-Heron-Relasi Sisi : Analisis Miskonsepsi Mahasiswa pada Segitiga. *Panthera : Jurnal Ilmiah Pendidikan Sains dan Terapan*, 6(1), 318-329. <https://doi.org/10.36312/panthera.v6i1.906>



**Panthera : Jurnal Ilmiah Pendidikan Sains dan Terapan** is Licensed Under a CC BY-SA Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License.

## PENDAHULUAN

Geometri, terutama segitiga merupakan “bahasa” dasar untuk membangun penalaran spasial, justifikasi, dan pembuktian dalam pendidikan matematika. Namun, berbagai studi menunjukkan bahwa ketika berhadapan dengan objek geometri dan diagram, mahasiswa (termasuk calon guru) kerap menampilkan jawaban yang rapi secara prosedural, tetapi rapuh secara konseptual, sehingga kesalahan tidak berhenti pada salah hitung, melainkan berakar pada miskonsepsi tentang definisi, relasi antarunsur, dan prasyarat penggunaan teorema/rumus (Alex & Mammen, 2018; Kusno & Sutarto, 2022; Mbusi & Luneta, 2021; Uygun *et al.*, 2024). Pola ini penting, karena miskonsepsi konseptual yang tidak disadari dapat “mengunci” strategi pemecahan masalah sejak awal, dan membuat mahasiswa terus melanjutkan prosedur yang tampak logis, meskipun struktur geometri yang digunakan keliru.

Dalam kerangka pengetahuan konseptual-prosedural, pemecahan masalah matematika menuntut hubungan timbal balik antara pemahaman konsep (makna, syarat, dan keterkaitan) dan keterampilan prosedur (langkah, transformasi, dan operasi) (Engelbrecht *et al.*, 2017; Rittle-Johnson & Schneider, 2016). Ketika kontrol konseptual lemah, pemecah masalah cenderung memilih rumus yang familier terlebih dahulu, lalu “memaksa” informasi pada gambar agar cocok, akibatnya prosedur berjalan lancar, tetapi menghasilkan solusi yang tidak konsisten atau sulit dipertanggungjawabkan secara geometris. Temuan-temuan pada geometri juga menegaskan bahwa kualitas solusi tidak hanya ditentukan oleh kemampuan menghitung, melainkan oleh kemampuan menafsirkan representasi, mengikat relasi antarunsur, serta melakukan *monitoring* kewajaran hasil (del Olmo-Muñoz *et al.*, 2024; Mbusi & Luneta, 2021).

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi dan mendeskripsikan secara mendalam bagaimana miskonsepsi konseptual dan kesalahan prosedural muncul ketika mahasiswa menyelesaikan masalah geometri pada segitiga. Fokus utama tidak hanya pada “apa yang salah”, tetapi juga pada bagaimana proses berpikir mahasiswa terbentuk sejak kesalahpahaman awal muncul, kemudian bertahan atau menimbulkan konflik, sampai pada tahap revisi strategi yang menghasilkan solusi lebih sesuai atau justru tidak terjadi revisi sama sekali. Penelitian ini juga diarahkan untuk menjelaskan apakah mahasiswa mampu membangun kerangka pemecahan masalah yang koheren melalui interkoneksi tiga simpul konsep, yaitu konsep tinggi segitiga, prosedur luas berbasis rumus Heron, dan pengelolaan relasi panjang sisi terhadap segmen alas segitiga. Salah satu simpul konsep yang paling sering memicu miskonsepsi pada segitiga adalah pemahaman tentang tinggi dan relasinya dengan alas. Temuan dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan bagi pengembangan strategi



pembelajaran geometri yang lebih efektif, khususnya dalam membantu mahasiswa mengatasi miskonsepsi dan membangun pemahaman konseptual yang mendalam.

Berbagai studi menunjukkan bahwa mahasiswa kerap memaknai tinggi secara visual-intuitif, bukan sebagai relasi tegak lurus terhadap sisi tertentu, akibatnya pasangan alas-tinggi ditentukan tanpa verifikasi syarat geometris yang benar (Durmaz & Bostan, 2022; Idrus *et al.*, 2022; Pielsticker, 2021). Kesalahan ini sering berkait dengan generalisasi teorema atau rumus secara mekanis, misalnya penggunaan Teorema Pythagoras tanpa memastikan keberadaan sudut siku-siku atau penerapan rumus luas tanpa kontrol prasyarat dan konsistensi relasi antarunsur, memahami tinggi berulang kali teridentifikasi sebagai sumber kesulitan menghitung luas segitiga, mahasiswa sering memasang sembarang dua sisi sebagai alas-tinggi tanpa verifikasi tegak lurus, atau menyamakan tinggi dengan garis lain yang “terlihat masuk akal” (Gambar 1).

Kesulitan semakin tampak ketika tugas menuntut interkoneksi beberapa simpul sekaligus, memahami tinggi (sebagai garis tegak lurus ke sisi tertentu), memilih prosedur luas yang tepat, dan mengelola relasi panjang sisi segmen agar konsisten. Pada konteks ini, dua pola miskonsepsi yang sering muncul, yaitu: 1) generalisasi Teorema Pythagoras sebagai “rumus mencari sisi hilang” tanpa memastikan segitiga siku-siku (Alghadari & Noor, 2020; Runnalls & Hong, 2020). Meskipun secara konseptual tersedia jalur yang koheren untuk mengaitkan luas segitiga dengan relasi sisi dan tinggi, penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa tidak selalu bergerak menuju integrasi konsep tersebut, melainkan berhenti pada prosedur yang paling familier (Juárez-Ruiz & Sliško, 2024).

Representasi diagram berperan signifikan dalam membentuk strategi pemecahan masalah. Mahasiswa dapat “melihat” garis-garis pada gambar segitiga, tetapi gagal menempatkan statusnya secara tepat, apakah sebagai tinggi, median, atau sekadar garis bantu. Akibatnya, relasi yang seharusnya dibangun dari struktur formal digantikan oleh asumsi intuitif, seperti mengunci segmen alas sebagai sama panjang tanpa dasar konseptual (Kusno & Sutarto, 2022). Bukti berbasis *eye-tracking* menguatkan bahwa miskonsepsi geometri kerap terkait dengan cara individu mengekstraksi informasi dari diagram dan menghubungkannya dengan definisi serta sifat formal (Uygun *et al.*, 2024). Karena itu, studi yang menelusuri proses berpikir secara dekat bukan hanya menginventarisasi kesalahan menjadi relevan untuk menjelaskan mengapa miskonsepsi konseptual bertahan dan berubah menjadi kesalahan prosedural yang tampak benar.

Berangkat dari celah tersebut, artikel ini memfokuskan analisis pada fenomena spesifik, gagalnya mahasiswa mengikat tinggi-Heron-relasi sisi sebagai satu kerangka kerja pemecahan masalah segitiga yang koheren. Kebaruan penelitian ini terletak pada pembacaan miskonsepsi melalui lensa analitik “tiga simpul” yang saling terhubung, bukan sekadar inventarisasi jenis kesalahan. Penelitian ini juga menelusuri dinamika proses berpikir mahasiswa secara runtut melalui episode-episode pemecahan masalah, mulai dari kemunculan miskonsepsi, aktivitas *monitoring*, hingga revisi strategi. Didukung oleh integrasi data proses, lembar jawaban, rekaman pengerjaan, dan klarifikasi retrospektif, studi ini memberikan kontribusi teoretis, metodologis, dan praktis. Secara teoretis, penelitian ini memperjelas akar miskonsepsi yang membuat prosedur hitung



tampak benar, tetapi struktur geometri keliru. Secara metodologis, penelitian ini menunjukkan cara membedakan miskonsepsi konseptual dan kesalahan prosedural melalui analisis proses, bukan semata hasil akhir. Secara praktis, temuan penelitian memberi dasar bagi perancangan pembelajaran geometri yang menekankan pemaknaan status objek pada diagram, penguasaan prasyarat konsep dan teorema, serta pembiasaan *monitoring* konsistensi dalam pemecahan masalah.

## METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dalam bingkai studi kasus untuk menggambarkan secara rinci miskonsepsi konseptual dan prosedural, serta dinamika proses berpikir mahasiswa ketika menyelesaikan masalah segitiga. Pendekatan deskriptif dipilih karena tujuan penelitian menekankan deskripsi dekat-data tentang bagaimana kesalahpahaman muncul, bertahan, direvisi, atau justru tidak direvisi selama proses pemecahan masalah, bukan membangun teori baru. Desain studi kasus dipilih karena metode ini memungkinkan peneliti melakukan eksplorasi mendalam terhadap fenomena pemecahan masalah dalam konteks alami yang kompleks, dengan fokus pada pertanyaan “bagaimana” dan “mengapa” proses berlangsung pada sejumlah kasus terbatas, sehingga detail proses kognitif dan dinamika strategi dapat ditelusuri secara holistik melalui berbagai sumber bukti (Yin, 2023).

Subjek penelitian terdiri atas tiga mahasiswa program studi pendidikan matematika yang telah menempuh mata kuliah geometri dasar. Jumlah subjek yang terbatas dipilih secara sadar dan metodologis, sejalan dengan tujuan studi kasus kualitatif yang menekankan kedalaman analisis proses, bukan generalisasi temuan ke populasi yang lebih luas. Pemilihan subjek dilakukan secara *purposive* (*information-rich cases*) dengan kriteria: 1) telah mempelajari konsep tinggi segitiga, luas segitiga, dan relasi antar-sisi; 2) bersedia mengerjakan tugas secara individual dengan proses pengerjaan direkam; dan 3) merepresentasikan variasi kemampuan akademik (tinggi, sedang, dan rendah) berdasarkan nilai mata kuliah prasyarat agar variasi strategi, kesalahan, dan perbaikan strategi dapat dibandingkan secara bermakna (Palinkas *et al.*, 2015).

Instrumen penelitian berupa satu paket tugas masalah segitiga ( $AB = 10$  cm,  $AC = 8$  cm, dan  $BC = 6$  cm) dengan perintah menarik garis tinggi AD dari titik A ke sisi BC, lalu menentukan AD, luas segi tiga ABC, BD, dan DC. Tugas ini sengaja menuntut keterhubungan tiga simpul konsep, yaitu: 1) pemahaman makna tinggi (tegak lurus BC dan penentuan titik kaki tinggi D); 2) pemilihan prosedur luas (misalnya Heron berbasis tiga sisi atau pendekatan alas-tinggi); dan 3) pengelolaan relasi sisi-segmen (konsistensi hubungan AB, AC, dan BC dengan AD, BD, dan DC). Fokus pada konsep tinggi relevan, karena literatur menunjukkan miskonsepsi luas segitiga sering berakar pada miskonsepsi tentang tinggi (Durmaz & Bostan, 2022).

Pengumpulan data dilakukan dalam satu sesi individual untuk setiap subjek. Setiap mahasiswa diberi waktu sekitar 30-45 menit untuk mengerjakan tugas secara mandiri tanpa bantuan eksternal. Seluruh proses pengerjaan direkam menggunakan video, dengan durasi rekaman mengikuti waktu pengerjaan masing-masing subjek. Setelah tugas selesai, dilakukan wawancara klarifikasi retrospektif



singkat selama  $\pm 10-15$  menit. Wawancara difokuskan pada bagian-bagian yang ambigu atau kritis, seperti alasan menetapkan posisi kaki tinggi, dasar pemilihan rumus luas atau teorema tertentu, serta alasan menyimpulkan relasi segmen pada alas. Teknik retrospektif ini digunakan untuk memperkuat interpretasi terhadap jejak berpikir yang tampak pada lembar jawaban dan video, serta sejalan dengan praktik *stimulated recall* dalam riset proses kognitif (Stodter & Whitehead, 2024).

Analisis data dilakukan secara sistematis melalui tahap pengorganisasian, pengodean, dan pemetaan pola. Data dari video dan jawaban tertulis disegmentasi menjadi episode proses pemecahan masalah, misalnya memahami soal, membangun/menafsirkan tinggi, memilih strategi penentuan luas, menurunkan AD, menentukan BD-DC, dan verifikasi. Pengodean dilakukan dengan membedakan dua kategori utama, antara lain: 1) miskonsepsi konseptual, yaitu kesalahan pada level pemaknaan atau pemahaman konsep, misalnya menetapkan tinggi tanpa relasi tegak lurus yang benar, memaknai komponen dalam rumus luas secara keliru, atau mengasumsikan relasi segmen alas tanpa dasar konseptual; dan 2) kesalahan prosedural, yaitu kesalahan pada level penerapan langkah, seperti salah substitusi nilai ke rumus, kesalahan urutan operasi, atau kekeliruan transformasi aljabar dan aritmetika.

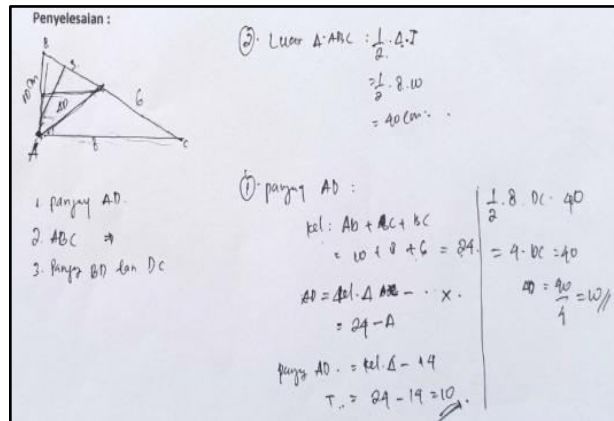
Sebagai contoh, penggunaan Teorema Pythagoras pada segitiga yang tidak diverifikasi sebagai segitiga siku-siku dikodekan sebagai miskonsepsi konseptual, sedangkan kesalahan menghitung hasil akar atau penjumlahan dikodekan sebagai kesalahan prosedural. Setelah pengodean, pola intra subjek dan lintas subjek dianalisis dan disajikan dalam bentuk narasi proses yang menonjolkan dinamika berpikir, mulai dari kemunculan miskonsepsi awal, dampaknya terhadap langkah-langkah berikutnya, hingga muncul atau tidaknya revisi strategi. Proses analisis dipandu oleh prosedur analisis kualitatif terstruktur, seperti *framework method* atau *thematic analysis* untuk memastikan keputusan analitik terdokumentasi secara sistematis (Gale *et al.*, 2013).

Keabsahan temuan dijaga melalui triangulasi sumber dan metode (jawaban tertulis-video-klarifikasi) untuk memastikan interpretasi proses berpikir tidak bertumpu pada satu jenis bukti, disertai *peer debriefing* pada proses pengodean (menguji konsistensi kategori konseptual vs prosedural) dan *audit trail* (catatan definisi kode, contoh bukti, serta alasan keputusan analitik) agar hasil dapat ditelusuri. Strategi *trustworthiness* ini sejalan dengan rekomendasi praktik *rigor* dalam riset kualitatif (Carter *et al.*, 2014). Refleksivitas peneliti juga diperhatikan dalam proses analisis. Peneliti memiliki latar belakang pendidikan matematika dan pengalaman mengajar geometri yang berpotensi memengaruhi interpretasi data. Untuk meminimalkan bias interpretatif, peneliti secara sadar menahan penilaian normatif terhadap jawaban mahasiswa, mendasarkan pengodean pada bukti eksplisit dari tulisan, tindakan, dan penjelasan subjek, serta mendiskusikan hasil pengodean dengan rekan sejawat. Langkah ini dilakukan untuk memastikan bahwa interpretasi yang dihasilkan merepresentasikan proses berpikir subjek, bukan asumsi atau ekspektasi peneliti. Peneliti secara berkala meninjau kembali kode dan kategori untuk memastikan keselarasan dengan data mentah. Dengan pendekatan ini, transparansi dan akurasi interpretasi penelitian dapat lebih terjamin.



## HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian dipaparkan berdasarkan masing-masing subjek penelitian secara detail berikut ini.

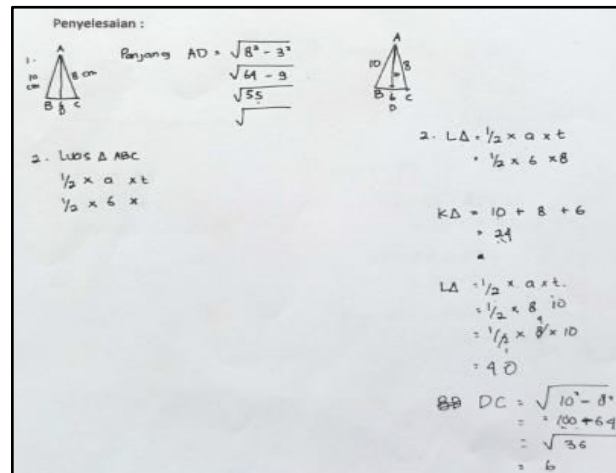


Gambar 1. Jawaban Subjek 1.

Pada fase awal, Subjek 1 merepresentasikan segitiga dan menarik garis AD, tetapi belum membedakan status objek pada diagram. Garis AD diperlakukan setara dengan sisi-sisi segitiga dan tidak dimaknai sebagai tinggi yang harus tegak lurus terhadap BC. Miskonsepsi konseptual ini segera mengunci strategi pemecahan masalah. Subjek 1 menggunakan rumus luas  $\frac{1}{2} at$  dan memasangkan nilai 8 dan 10 sebagai “alas” dan “tinggi” tanpa verifikasi syarat tegak lurus, padahal dalam konteks instrumen, angka 8 dan 10 adalah panjang sisi (AC dan AB) yang tidak otomatis membentuk relasi alas-tinggi. Pada titik ini, miskonsepsi konseptual terletak pada pemaknaan bahwa “setiap dua bilangan pada segitiga dapat dipasangkan menjadi alas-tinggi selama rumusnya tersedia”. Dengan kata lain, rumus luas diperlakukan sebagai prosedur *universal*, bukan sebagai relasi geometris yang harus dipenuhi. Fenomena ini menunjukkan bahwa pemahaman prosedural Subjek 1 menguasai formula secara mekanis, tetapi pemahaman konseptual mengenai kondisi geometris yang mendasari penggunaan rumus tersebut belum terbentuk.

Ketika masuk ke tujuan mencari AD, Subjek 1 tidak membangun relasi yang semestinya menghubungkan tinggi dengan sisi (misalnya melalui luas atau relasi segitiga siku-siku yang terbentuk oleh tinggi). Sebaliknya, ia menyusun persamaan yang meniru skema aljabar “menjumlahkan beberapa ruas lalu menentukan satu ruas yang belum diketahui”. Pola ini menunjukkan *transfer* skema aljabar ke geometri, AD diposisikan seolah-olah komponen keliling atau bagian dari “jumlah ruas” yang dapat diselesaikan secara linier. Secara prosedural, langkah-langkah hitung dan manipulasi mungkin tampak lancar, tetapi secara konseptual rujukannya tidak tepat, karena AD bukan sisi keliling segitiga, melainkan tinggi yang harus diturunkan dari relasi spasial. Pada akhir pengerjaan, Subjek 1 memperoleh nilai AD (misalnya  $AD = 10$ ) dan langsung menerima hasil tersebut tanpa evaluasi konseptual. Tidak tampak upaya *monitoring* seperti membandingkan AD terhadap sisi-sisi segitiga, memeriksa apakah penggunaan rumus luas konsisten, atau menilai kembali apakah AD benar-benar tegak lurus

BC. Profil ini menunjukkan bahwa Subjek 1 memiliki kecakapan prosedural (menjalankan operasi hitung), tetapi miskin kontrol konseptual. Dinamika prosesnya cenderung “miskonsepsi muncul di awal dan prosedur berjalan sampai akhir” tanpa fase revisi strategi yang bermakna.

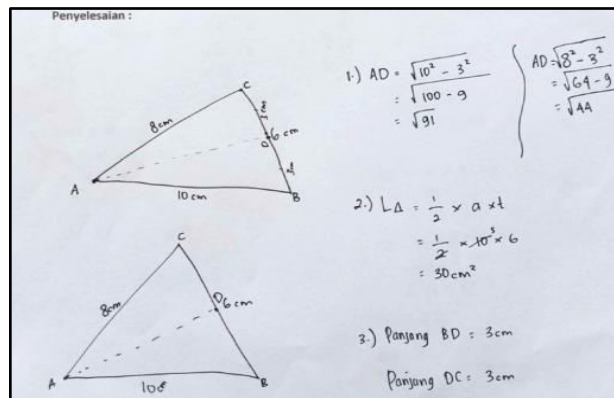


Gambar 2. Jawaban Subjek 2.

Subjek 2 memulai dengan menggambar segitiga ABC, menempatkan BC sebagai alas 6 cm, lalu meletakkan titik D pada BC, sehingga muncul DC = 3 cm. Penetapan DC = 3 ditulis sebagai informasi seolah-olah pasti benar, namun tidak disertai argumen geometris (misalnya D adalah titik tengah atau hasil perhitungan tertentu). Di sini muncul miskonsepsi konseptual awal pada relasi segmen, yaitu subjek memperlakukan pembagian alas menjadi dua bagian sama panjang sebagai hal yang wajar/otomatis, padahal instrumen hanya menyatakan AD adalah tinggi, bukan median. Dari asumsi tersebut, Subjek 2 segera menerapkan Teorema Pythagoras untuk mencari AD menggunakan rumus  $\sqrt{8^2 - 3^2}$ . Pola ini memperlihatkan bahwa Pythagoras dipakai sebagai alat umum untuk “mencari sisi yang hilang” tanpa terlebih dahulu membangun dan mengonfirmasi segitiga siku-siku yang relevan. Dalam tugas ini, Pythagoras hanya sah diterapkan pada segitiga yang benar-benar siku-siku di titik D (karena AD tegak lurus BC), tetapi Subjek 2 tidak menunjukkan proses identifikasi segitiga mana yang siku-siku, sisi mana yang menjadi hipotenusa, dan mengapa nilai 3 harus menjadi salah satu kaki segitiga tersebut. Akibatnya, kesalahan konsep pada pemilihan struktur segitiga siku-siku menjadi sumber utama kekeliruan langkah berikutnya.

Dalam menentukan luas, Subjek 2 menuliskan  $\frac{1}{2} \times 6 \times AD$  (alas BC dan tinggi AD). Akan tetapi, pada bagian lain ia kembali menghitung luas dengan memasangkan 8 dan 10 sebagai alas-tinggi. Kedua cara ini dijalankan tanpa pembuktian tegak lurus, sehingga tampak bahwa bagi subjek “setiap dua sisi dapat berperan sebagai alas dan tinggi”. Lebih penting lagi, subjek tidak melakukan pemeriksaan konsistensi bahwa dua perhitungan luas yang berbeda semestinya menghasilkan nilai yang sama. Minimnya aktivitas cek ini menandakan kontrol metakognitif/*monitoring* yang rendah, yaitu prosedur dilakukan, hasil didapat, namun tidak diuji. Jika dikaitkan dengan tujuan penelitian, tampak bahwa Subjek

2 tidak membangun kerangka interkoneksi tinggi-Heron-relasi sisi. Instrumen sebenarnya “mengundang” mahasiswa memanfaatkan tiga sisi (10, 8, 6) untuk menentukan luas dengan Heron, lalu menurunkan AD dari hubungan  $L = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD$ , kemudian menentukan BD dan DC secara konsisten. Subjek 2 tidak menggunakan Heron dan tidak menata relasi sisi segmen secara sistematis, ia cenderung bergerak secara prosedural dari satu rumus ke rumus lain dengan asumsi struktur segitiga yang belum terverifikasi. Dinamika yang muncul adalah miskonsepsi awal menetap hingga akhir tanpa revisi konseptual yang berarti.



**Gambar 3. Jawaban Subjek 3.**

Subjek 3 menggambar segitiga, meletakkan titik D pada alas sehingga BD dan DC terbentuk, lalu menuliskan tuntutan soal (AD, luas, BD dan DC). Akan tetapi, sejak representasi awal muncul indikasi ketidakkonsistenan dalam menempatkan informasi panjang sisi (misalnya alas diposisikan 10 sementara BC seharusnya 6). Ketidakakuratan representasi ini penting karena menjadi “akar” kegagalan membaca struktur, yaitu ketika sisi-sisi ditempatkan tidak sesuai, mahasiswa mudah mengasumsikan segitiga siku-siku yang keliru dan mengaitkan angka-angka pada ruas yang salah. Dalam mencari AD, Subjek 3 mencoba dua perhitungan *Pythagoras*  $\sqrt{10^2 - 3^2}$  dan  $\sqrt{8^2 - 3^2}$ . Kehadiran dua hasil ini menunjukkan bahwa subjek mengalami konflik/kebingungan dalam menentukan segitiga mana yang sebenarnya siku-siku di titik D. Namun, konflik tersebut tidak diselesaikan dengan meninjau kembali struktur geometri (misalnya menetapkan secara tegas bahwa AD tegak lurus BC, sehingga segitiga yang relevan harus berbasis BC dan salah satu sisi miring AB/AC). Alih-alih, subjek menjalankan kedua perhitungan secara paralel. Ini menggambarkan dinamika “ketika ragu, coba semua rumus yang mungkin” dan menjadikan hasil perhitungan sebagai indikator kebenaran, bukan konsistensi struktur.

Pada tahap luas, Subjek 3 menggunakan  $\frac{1}{2} \times 10 \times 6$  tanpa memastikan bahwa 10 adalah alas yang benar atau bahwa 6 adalah tinggi yang tegak lurus pada alas tersebut. Hal ini kembali menegaskan miskonsepsi luas yang serupa dengan subjek lain, yaitu pasangan alas-tinggi dipilih karena angkanya tersedia, bukan karena relasi tegak lurusnya dapat dipertanggungjawabkan. Kemudian untuk BD dan DC, Subjek 3 langsung menulis  $BD = DC = 3$ , menunjukkan anggapan bahwa garis dari puncak ke alas otomatis membagi alas sama panjang,





yaitu miskonsepsi bahwa tinggi sekaligus median. Walaupun Subjek 3 menunjukkan tanda dinamika (muncul konflik dalam memilih struktur Pythagoras), proses itu tidak berlanjut menjadi revisi konsep. Tidak terlihat aktivitas *monitoring* seperti memeriksa apakah  $BD+DC$  harus sama dengan  $BC$ , atau menguji apakah dua pendekatan luas menghasilkan nilai yang konsisten, atau membandingkan kewajaran  $AD$  terhadap sisi-sisi segitiga. Akibatnya, konflik hanya menghasilkan “percobaan prosedural” bukan “penyempurnaan strategi”.

Analisis lintas-subjek menunjukkan pola yang konsisten. Semua subjek menampilkan miskonsepsi konseptual terkait pemahaman tinggi segitiga, khususnya kegagalan memaknainya sebagai relasi tegak lurus terhadap sisi tertentu dan penentuan kaki tinggi yang tepat. Subjek 2 dan subjek 3 secara eksplisit menyamakan tinggi dengan median melalui asumsi  $BD = DC$ , sementara semua subjek menggunakan rumus atau teorema (alas-tinggi atau Pythagoras) tanpa verifikasi prasyarat geometris. Dampak prosedural dari miskonsepsi tersebut tampak pada pemilihan rumus yang tidak sesuai, substitusi nilai pada ruas yang keliru, dan fragmentasi strategi pemecahan masalah.

Dari sisi *monitoring*, tidak satu pun subjek menunjukkan pemeriksaan konsistensi yang memadai, seperti mengecek kesesuaian luas melalui dua pendekatan, memverifikasi relasi  $BD + DC = BC$ , atau menilai kewajaran panjang tinggi terhadap sisi-sisi segitiga. Bahkan ketika konflik muncul pada Subjek 3, ketiadaan *monitoring* konseptual menyebabkan konflik tersebut hanya menghasilkan variasi prosedural, bukan penyempurnaan strategi.

Temuan ini menegaskan bahwa sumber utama kesalahan mahasiswa pada tugas segitiga bukanlah lemahnya keterampilan berhitung, melainkan miskonsepsi konseptual yang muncul sejak tahap awal representasi dan pemilihan strategi. Pola “prosedur tampak rapi, tetapi struktur geometri keliru” yang ditemukan pada seluruh subjek sejalan dengan literatur miskonsepsi geometri yang menekankan dominasi prosedur ketika kontrol konseptual lemah (Mbusi & Luneta, 2021). Dalam kerangka konseptual-prosedural, hubungan keduanya bersifat timbal balik, yaitu ketika konsep yang menjadi “pengendali” strategi tidak kuat, prosedur menjadi dominan dan dioperasikan sebagai kebiasaan, bukan sebagai konsekuensi logis dari relasi geometri (Engelbrecht *et al.*, 2017; Rittle-Johnson & Schneider, 2016).

Secara khusus, konsep tinggi segitiga berperan sebagai simpul pengendali. Ketika tinggi tidak dipahami sebagai garis yang harus tegak lurus terhadap sisi tertentu dan berakhir pada kaki tinggi yang tepat, maka struktur turunan, segitiga siku-siku yang sah, relasi segmen alas, serta keterkaitan luas dengan tinggi menjadi kabur. Temuan ini konsisten dengan studi yang menunjukkan bahwa calon guru sering memaknai tinggi secara visual atau menyamakan fungsi garis pada diagram tanpa justifikasi formal (Durmaz & Bostan, 2022; Pielsticker, 2021; Runnalls & Hong, 2020).

Kegagalan membangun kerangka tinggi-luas-relasi sisi juga menjelaskan mengapa strategi yang secara konseptual koheren (misalnya memanfaatkan tiga sisi untuk menentukan luas, lalu menurunkan tinggi dan relasi segmen) tidak muncul. Semua subjek memilih jalur prosedural yang lebih familier, seperti alas-tinggi tanpa verifikasi atau generalisasi Pythagoras, sebagaimana dilaporkan



dalam kajian tentang *framing* mahasiswa terhadap masalah luas (Juárez-Ruiz & Sliško, 2024). Minimnya *monitoring* memperkuat kecenderungan ini, karena keberhasilan prosedural dipersepsi sebagai bukti kebenaran, sehingga kebutuhan revisi konseptual tidak muncul (del Olmo-Muñoz *et al.*, 2024).

Secara pedagogis, temuan ini menunjukkan perlunya pembelajaran geometri yang secara eksplisit menempatkan pemaknaan status objek pada diagram dan *monitoring* konsistensi sebagai bagian integral dari prosedur pemecahan masalah. Bagi calon guru, memahami “mengapa” suatu rumus atau teorema sah digunakan menjadi lebih krusial daripada sekadar mampu menerapkannya secara mekanis. Dengan demikian, intervensi pembelajaran perlu diarahkan pada penguatan poros konseptual, khususnya konsep tinggi dan relasi tegak lurus, agar prosedur yang dijalankan benar secara matematis, bukan hanya tampak benar secara operasional.

## SIMPULAN

Berdasarkan analisis studi kasus pada tiga mahasiswa, penelitian ini menunjukkan bahwa kegagalan menyelesaikan tugas segitiga terutama dipicu oleh miskonsepsi konseptual yang kemudian “menyeret” prosedur ke arah yang tampak rapi, tetapi salah secara struktur. Miskonsepsi konseptual yang paling dominan meliputi: 1) pemaknaan tinggi segitiga dan kaki tinggi (AD diperlakukan sebagai ruas bebas/sisi, atau disamakan dengan median); 2) penggunaan rumus luas secara mekanis tanpa verifikasi tegak lurus pada pasangan alas-tinggi; dan 3) pengelolaan relasi sisi-segmen pada alas (BD dan DC) yang berbasis asumsi (misalnya  $BD = DC$ ) tanpa justifikasi geometris. Kesalahan prosedural (substitusi, transformasi aljabar, dan operasi aritmetika) muncul terutama sebagai konsekuensi dari keputusan konseptual yang keliru, bukan sebagai sumber utama masalah.

Dinamika proses berpikir memperlihatkan dua pola, yaitu miskonsepsi yang menetap dari awal hingga akhir (Subjek 1 dan 2) dan konflik/keraguan yang tidak berkembang menjadi revisi konseptual (Subjek 3). Lemahnya *monitoring* konsistensi (misalnya cek kesesuaian luas lintas metode, cek  $BD + DC = BC$ , validasi segitiga siku-siku sebelum Pythagoras, dan cek kewajaran nilai tinggi) menyebabkan revisi strategi tidak terjadi atau tidak mengarah pada solusi yang lebih sesuai. Secara keseluruhan, ketiga subjek gagal membentuk kerangka pemecahan masalah yang koheren melalui interkoneksi tinggi–Heron–relasi sisi/segmen, sehingga jalur penyelesaian terfragmentasi pada prosedur rutin.

## SARAN

Untuk pembelajaran geometri perlu menekankan penguatan konsep sebelum penerapan prosedur, khususnya melalui kegiatan yang secara eksplisit membedakan status objek pada diagram (misalnya sisi, tinggi, median, dan kaki tinggi) beserta alasan matematisnya. Dosen disarankan membiasakan mahasiswa membangun keterkaitan antarkonsep dalam satu kerangka penyelesaian yang koheren, sehingga pemilihan strategi tidak bersifat oportunistik, melainkan didasarkan pada pemahaman relasi geometris yang tepat. Pemberian latihan yang melibatkan variasi kasus diharapkan dapat memperkuat kemampuan mahasiswa.



Untuk asesmen sebaiknya tidak hanya menilai hasil akhir, tetapi juga proses pemecahan masalah. Tugas dapat dirancang untuk mendorong *monitoring* konsistensi dan justifikasi konseptual, seperti meminta mahasiswa menjelaskan alasan pemilihan strategi, memeriksa kesesuaian antar langkah, serta mengevaluasi kewajaran hasil. Penambahan pertanyaan reflektif “mengapa” dapat mengurangi kecenderungan penggunaan prosedur secara mekanis.

Untuk penelitian selanjutnya disarankan melibatkan partisipan yang lebih beragam dan menggunakan variasi konteks tugas geometri untuk menguji kestabilan pola miskonsepsi yang ditemukan. Studi lanjutan juga dapat mengeksplorasi efektivitas intervensi pembelajaran yang berfokus pada penguatan keterhubungan konsep dan pemantauan proses berpikir, guna memperoleh gambaran yang lebih komprehensif tentang perubahan strategi dan pemahaman mahasiswa.

### UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan rasa terima kasih kepada Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Argopuro, Jember, atas dukungan akademik dan fasilitas yang diberikan, sehingga penelitian ini dapat terlaksana dengan sukses. Penulis juga berterima kasih kepada para mahasiswa yang berpartisipasi dalam penelitian ini atas kesediaan dan kontribusi mereka selama proses pengumpulan data. Apresiasi juga disampaikan kepada pihak-pihak terkait yang memberikan masukan tentang kelayakan dan keakuratan instrumen, serta kepada kolega yang mendukung diskusi ilmiah dalam penyelesaian penelitian ini.

### DAFTAR RUJUKAN

- Alex, J. K., & Mammen, K. J. (2018). Students' Understanding of Geometry Terminology through the Lens of Van Hiele Theory. *Pythagoras*, 39(1), 1-8. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v39i1.376>
- Alghadari, F., & Noor, A. J. (2020). Students Depend on Pythagorean Theorem in Completing the Geometry Problems. *Journal of Physics : Conference Series*, 1657(1), 1-9. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012005>
- Carter, N., Bryant-Lukosius, D., DiCenso, A., Blythe, J., & Neville, A. J. (2014). The Use of Triangulation in Qualitative Research. *Oncology Nursing Forum*, 41(5), 545-547. <https://doi.org/10.1188/14.ONF.545-547>
- del Olmo-Muñoz, J., Diago, P. D., Arnau, D., Arnau-Blasco, D., & González-Calero, J. A. (2024). Metacognitive Control During Problem Solving at Early Ages in Programming Tasks Using a Floor Robot. *ZDM : The International Journal on Mathematics Education*, 56(1), 1303-1317. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01621-8>
- Durmaz, A. B., & Bostan, M. I. (2022). Pre-Service Teachers' Knowledge Regarding the Area of Triangle. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 208-224. <https://doi.org/10.30935/scimath/11716>
- Engelbrecht, J., Bergsten, C., & Kågesten, O. (2017). Conceptual and Procedural Approaches to Mathematics in Engineering Education. *European Journal of Engineering Education*, 42(6), 1147-1160.



<https://doi.org/10.1080/03043797.2017.1343278>

- Gale, N. K., Heath, G., Cameron, E., Rashid, S., & Redwood, S. (2013). Using the Framework Method for the Analysis of Qualitative Data in Multi-Disciplinary Health Research. *BMC Medical Research Methodology*, 13(1), 1-8. <https://doi.org/10.1186/1471-2288-13-117>
- Idrus, H., Rahim, S. S. A., & Zulnaidi, H. (2022). Conceptual Knowledge in Area Measurement for Primary School Students: A Systematic Review. *STEM Education*, 2(1), 47-58. <https://doi.org/10.3934/steme.2022003>
- Juárez-Ruiz, E., & Sliško, J. (2024). Students' Epistemological Framings when Solving an Area Problem of a Degenerate Triangle: The Influence of Presence and Absence of a Drawing. *Education Sciences*, 14(3), 1-16. <https://doi.org/10.3390/educsci14030224v>
- Kusno, K., & Sutarto, S. (2022). Identifying and Correcting Students' Misconceptions in Defining Angle and Triangle. *European Journal of Educational Research*, 11(3), 1797-1811. <https://doi.org/10.12973/eu-er.11.3.1797>
- Mbusi, N. P., & Luneta, K. (2021). Mapping Pre-Service Teachers' Faulty Reasoning in Geometric Translations to the Design of Van Hiele Phase-Based Instruction. *South African Journal of Childhood Education*, 11(1), 1-11. <https://doi.org/10.4102/sajce.v11i1.871>
- Palinkas, L. A., Horwitz, S. M., Green, C. A., Wisdom, J. P., Duan, N., & Hoagwood, K. (2015). Purposeful Sampling for Qualitative Data Collection and Analysis in Mixed Method Implementation Research. *Administration and Policy in Mental Health and Mental Health Services Research*, 42(5), 533-544. <https://doi.org/10.1007/s10488-013-0528-y>
- Pielsticker, F. (2021). Concept Formation Processes Regarding Height and Base in Triangles. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(2), 1-10. <https://doi.org/10.29333/iejme/10891>
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2016). Developing Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics. *British Journal of Educational Psychology*, 86(4), 576-591. <https://doi.org/10.1111/bjep.12124>
- Runnalls, C., & Hong, D. S. (2020). "Well, They Understand the Concept of Area, I Just Don't Know if They Understand Why": Exploring Pre-Service Teachers' Responses to Student Area Misconceptions. *Mathematics Education Research Journal*, 32(1), 629-651. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00274-1>
- Stodter, A., & Whitehead, A. (2024). Thinking Again about the Use of Think Aloud and Stimulated Recall Methods in Sport Coaching. *Qualitative Research in Sport, Exercise and Health*, 16(5), 456-470. <https://doi.org/10.1080/2159676X.2024.2377658>
- Uygun, T., Guner, P., & Simsek, I. (2024). Examining Students' Geometrical Misconceptions by Eye Tracking. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55(1), 68-93. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2101954>
- Yin, R. K. (2023). *Case Study Research and Applications: Design and Methods (7th Ed.)*. London: Sage Publications.